

I	(i)	(1) $(-1, 1)$	(2) $-1, 1+\sqrt{2}i$
	(ii)	(3) $3b_n$	(4) $\frac{1}{2 \cdot 3^{n-1} + 1}$
	(iii)	(5) $1-a$	(6) $\frac{1}{4}$

II	(i)	(1) $\frac{19}{24}$	(2) $\frac{89}{126}$
	(ii)	(3) $\frac{1}{2}a$	(4) $3+\sqrt{5}$

講評

〔I〕(i) 解と係数の関係を用いると速い。(iii) 場合分けをしっかりとやること。

〔II〕(i) (2) 樹形図と場合わけでもよいが、余事象とド・モルガンの法則を用いる方が速くて確実である。

(ii) 直角三角形になることに気付けば一瞬で解ける。

〔III〕典型的な数学IIIの微分の応用。(ii) 定数分離からグラフを利用する。

〔全体〕

質・量共に昨年並み。難問はないのでミスが命取り。時間は十分にあるので、落ち着いて得点したい。合格には90%は取りたいところ。

medika 数学科

(i)

$$f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1} \text{ とおくと } f'(x) = -\frac{x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$$

下の増減表より極大値 $f(0) = 0$, 極小値 $f(-\sqrt[3]{2}) = -\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$

x	...	$-\sqrt[3]{2}$...	0	...	1	...
$f'(x)$	—	0	+	0	—	/	—
$f(x)$	↘		↗		↘	/	↘

(ii)

$x=1$ は方程式 $kx^3 - x^2 - k = 0 \dots (*)$ の解ではないので、
 $x \neq 1$ としてよく $(*) \Leftrightarrow f(x) = k$ となるので、
 $y = f(x)$ と $y = k$ のグラフがただ1つの共有点を持てばよい。
 また、 $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} f(x) = \pm \infty$ (複号同順), $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$ および、
 (i) の増減表よりグラフは下の図のようになる。
 以上より $k < -\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$, $0 \leq k$